

第一次作业

1. -圆锥体绕其铅直中心轴等速旋转，锥体与固定壁间的距离 $\delta = 1\text{mm}$ 全部为润滑油($\mu = 0.1 \text{Pa}\cdot\text{s}$)充满。当旋转角速度 $\omega = 16/\text{s}$ ，锥体底部半径 $R = 0.3\text{m}$ ，高 $H = 0.5\text{m}$ 时，求作用于圆锥的阻力矩。

~~设圆锥表面高为 dh 的微元圆台侧面积为 dS~~

~~所受切力为 dT ，阻力矩为 dM~~

$$\cancel{dS} = 2\pi R(H^2 + R^2)^{\frac{1}{2}} dh : H$$

$$\cancel{dT} = \mu \cdot \cancel{dS} \cdot \frac{du}{dy}$$

解：设取高为 dh 的小圆台展开面积为 dA 。

$$dA = 2\pi R \frac{dh}{\cos\theta} = 2\pi \frac{\sin\theta}{\cos\theta} h \cdot dh. \quad (\text{已知 } \cos\theta = \frac{4}{5}, \sin\theta = \frac{3}{5}).$$

$$\cancel{T} = \mu \frac{du}{dy} = \mu \cancel{V} = \mu \omega R \frac{1}{\delta}$$

$$\therefore dM = T \cdot r \cdot dA = 2\pi \mu \frac{w}{\delta} \frac{1}{\cos\theta} h^3 \cdot dh.$$

$$\therefore M = \int_0^H dM = 2\pi \mu \frac{w \cos^3 \theta H^4}{48 \delta \cos\theta} = 39.56 \text{ (N}\cdot\text{m)}$$

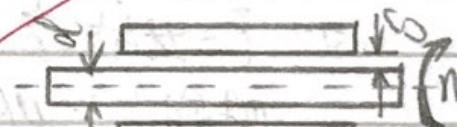
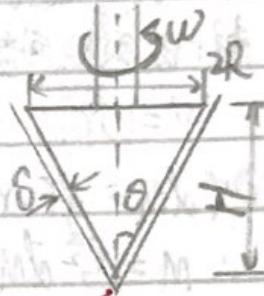
2. 如图所示，转轴直径 $d = 0.36\text{m}$ ，轴承长度 $l = 1\text{m}$ ，轴与轴承之间的间隙 $\delta = 0.2\text{mm}$ ，其中充满动力黏度 $\mu = 0.72 \text{Pa}\cdot\text{s}$ 的油，如果轴的转速 $n = 2000/\text{min}$ ，求克服油的黏性阻力所消耗的功率。

$$\text{解：} V = \frac{n\pi d}{60} = 3.77 \text{ m/s.}$$

$$\text{则缝隙的速度分布为 } \frac{dv_x}{dy} = \frac{V}{\delta}$$

$$T = \tau A = \mu V \pi \frac{1}{\delta} dl = 5.535 \times 10^4 \text{ N.}$$

$$P_{消耗} = FV = TV = 57.9 \text{ KW.}$$



3. 如图所示，上下两平行圆盘的直径为d，两盘之间的间隙为 δ ，间隙中流体的动力粘度为 μ ，若下盘不动，上盘以角速度 ω 旋转，不计空气的摩擦力，求所用力矩M的表达式。

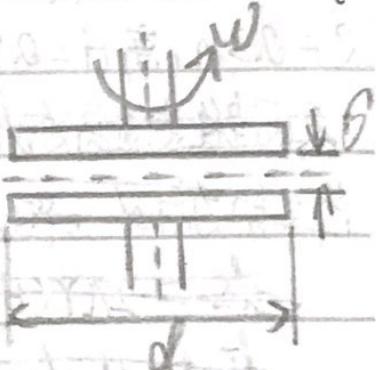
解：设取距圆盘圆心处 r 的圆环，厚度为 dr 。

$$V = \omega r, \quad dF = \mu \cdot 2\pi r \cdot dr \cdot V \cdot \frac{1}{\delta}$$

$$\therefore dM = dF \cdot r = \mu \cdot 2\pi r^2 \frac{V}{\delta} dr$$

$$\therefore M = \int_0^{\frac{d}{2}} dM = \int_0^{\frac{d}{2}} \mu \cdot 2\pi r^2 \frac{V}{\delta} dr$$

$$= \mu \pi d^3 \cdot \frac{1}{48}$$

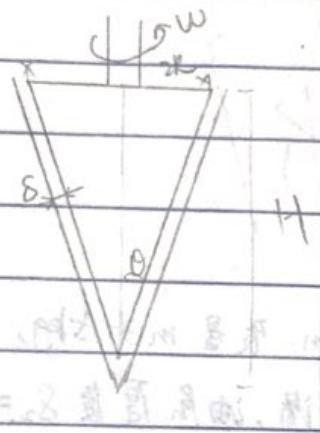


第一阶段

第1次作业 3.22

1. 一圆锥体绕其铅直中心轴等速旋转，锥体与固定壁间的距离

$\delta = 1\text{mm}$, 全部为润滑油 ($\mu = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$) 充满。当旋转角速度 $\omega = 16\text{rad/s}$, 锥体底部半径 $R = 0.3\text{m}$, 高 $H = 0.5\text{m}$ 时, 求作用于圆锥的阻力矩。



$$\text{解: } dA = 2\pi R \frac{dh}{\cos\theta} \quad T = \mu \frac{dV_x}{dy} = \mu \frac{\omega R}{8}$$

$$dT = T dA \quad dM = dT \cdot R$$

$$M = \int dM = \int R T dA = \int_0^H R T 2\pi R \frac{1}{\cos\theta} dh$$

$$= 2\pi \mu \frac{\omega}{8} \frac{1}{\cos\theta} \tan^3\theta \int_0^H h^3 dh$$

$$= \frac{\pi \mu \omega \tan^3\theta H^4}{28 \cos\theta} = \frac{\pi \times 0.1 \times 16 \times 0.6^3 \times 0.5^4}{2 \times 1 \times 10^{-3} \times 0.857} = 39.57 \text{ (N}\cdot\text{m)}$$

2. 如图所示, 转轴直径 $d = 0.36\text{m}$, 轴承长度 $l = 1\text{m}$, 轴与轴承之间的间隙 $\delta = 0.2\text{mm}$, 其中充满动力黏度 $\mu = 0.72 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 的油, 如果轴的转速 $n = 200\text{r/min}$, 求克服油的黏性阻力所消耗的功率。

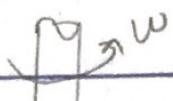
$$\text{解: } F = \mu A V / h$$

$$= 0.72 \times \pi \times 0.36 \times 1 \times \frac{2\pi \times 200 \times 0.18}{60} \div (0.2 \times 10^{-3})$$

$$= 15333.6 \text{ N}$$

$$P = FV = 15333.6 \times 3.768 = 57.78 \text{ kW}$$

3. 如图所示, 上下两平行圆盘的直径为 d , 两盘之间的间隙为 δ , 间隙中流体的动力黏度为 μ , 若下盘不动, 上盘以角速度 ω 旋转, 不计空气的摩擦力, 求所需力矩 M 的表达式。

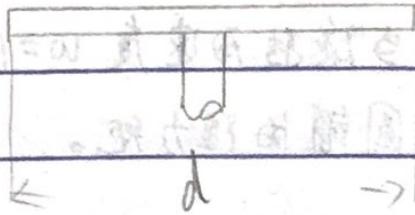


$$\text{解: } F = \mu Av/h$$

$$= \mu \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 \cdot wr / 8$$

$$M = Fr = \cancel{\frac{1}{8} \mu \pi d^3 w}$$

$$= \cancel{\frac{1}{32}} \mu \pi d^4 w / 8$$



21% 47%

作业一

1. 一圆锥体绕其铅直中心轴等速旋转，锥体与固定壁间的距离 $s=1m$ 全部为润滑油 ($\mu=0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$)充满。当旋转角速度 $\omega=16/\text{s}$ ，锥体底部半径 $R=0.3\text{m}$ ，高 $H=0.5\text{m}$ 时，求作用于圆锥的阻力矩。

解：① 取高为 dh 的圆台切图

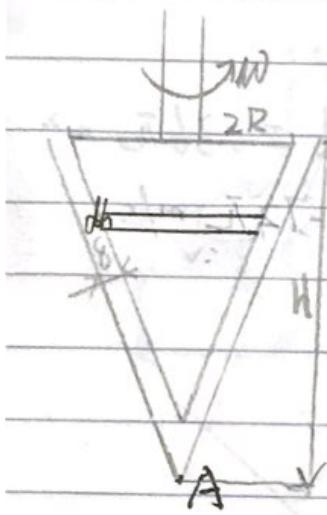
则在此圆台的侧壁有线速度

$$V = \omega \cdot r$$

设 dh 距离 A 为 h

$$\text{② } V = \omega r = \omega \frac{h}{H} \cdot R$$

② 侧壁所受的粘性力为



$$dF = \mu \cdot 2\pi r \theta h \cdot \frac{V}{s} = \mu \cdot 2\pi r \theta r \cdot \frac{\omega r}{s}$$

$$= \frac{2\pi \mu \omega r^2}{8 \cos \theta} dh$$

$$\text{③ } dm = dF \cdot r = \frac{2\pi \mu \omega r^3}{8 \cos \theta} dh$$

~~$$\text{④ } M = \int dm = \int_0^H \frac{2\pi \mu \omega r^3}{8 \cos \theta} dh$$~~

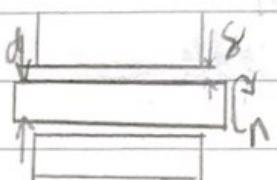
~~$$= \frac{2\pi \mu \omega}{8 \cos \theta} \int_0^H r^3 dh = \frac{2\pi \mu \omega R^3}{8 H^3 \cos \theta} \int_0^H h^3 dh$$~~

~~$$= \frac{\pi \mu \omega R^3}{2 S H^3 \cos \theta} H^4 = \frac{\pi \mu \omega H R^3}{2 S \cos \theta}$$~~

$$= \frac{3.14 \times 0.1 \times 16 \times 0.5 \times 0.3^3}{2 \times 1 \times 10^{-3} \times \sqrt{0.5^2 + 0.3^2}} = 39.57 \text{ N}\cdot\text{m}$$

2. 如图，转轴直径 $d=0.36m$ 轴承长度 $l=1m$ ，轴与轴承间的间隙 $S=0.2mm$ ，其中充满动力粘度 $\mu=0.72Pa\cdot s$ 的油，如果轴的转速 $n=2000r/min$ ，求克服油的粘性阻力所消耗的功率。

$$\textcircled{1} F = \mu A V / h$$



$$\mu = 0.72 \text{ Pa}\cdot\text{s} \quad A = 2\pi r \cdot l = 0.36\pi \text{ m}^2$$

$$n = 2000 \text{ r/min} \Rightarrow V = \frac{2\pi l n \cdot r}{60} = 3.768 \text{ m/s}$$

$$h = S = 0.2 \text{ mm}$$

$$\therefore F = 0.72 \times 0.36\pi \frac{3.768}{0.2 \times 10^{-3}}$$

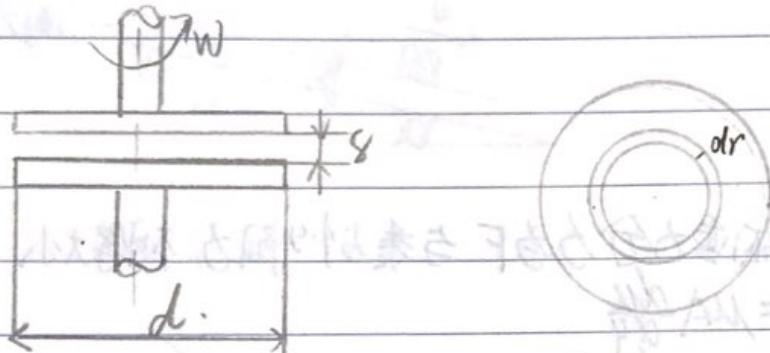
$$= 1.53 \times 10^4 \text{ N}$$

$$\textcircled{2} P = F \cdot V = 1.53 \times 10^4 \times 3.768$$

$$= 5.77 \times 10^4 \text{ W}$$

\therefore 消耗功率为 $5.77 \times 10^4 \text{ W}$.

3. 图示，上下两平行圆盘的直径为 d ，两盘之间的间隙为 s ，间隙中流体的动力粘度为 μ 。若下盘不动，上盘以角速度 ω 旋转，不计空气的摩擦力，求所需扭矩 M 的表达式。



如图，在半径 r 处，取端量半径为 dr 。

$$\therefore dF = \mu A \frac{v}{r}$$

$$= \mu 2\pi r dr \cdot \frac{\omega r}{s} = \mu 2\pi r^2 \omega \frac{dr}{s}$$

$$\therefore \text{力矩 } dm = r dF = \mu 2\pi r^3 \omega \frac{dr}{s}$$

$$\therefore M = \int dm = \int_0^{\frac{d}{2}} \mu 2\pi r^3 \omega \frac{dr}{s}$$

$$= \frac{\mu 2\pi \omega}{s} \int_0^{\frac{d}{2}} r^3 dr$$

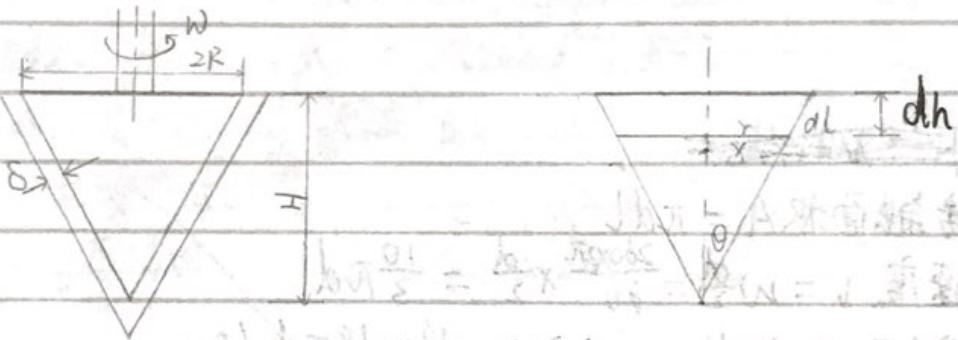
$$= \frac{\mu 2\pi \omega}{s} \times \frac{1}{4} \times \frac{d^4}{2^4}$$

$$= \frac{\mu \pi d^4 \omega}{32s}$$

乙 17 4. 7

第三周 周五作业:

1、一圆锥体绕其铅直中心轴等速旋转，锥体与固定壁间的距离 $\delta = 1\text{mm}$ ，全部为润滑油 ($\mu = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$) 充满。当旋转角速度 $\omega = 16 \text{ rad/s}$ ，锥体底部半径 $R = 0.3 \text{ m}$ ，高 $H = 0.5 \text{ m}$ 时，求作用于圆锥的阻力矩。



解：微元面积： $dA = 2\pi R \cdot dl = 2\pi R \frac{dh}{\cos\theta}$

切应力： $\tau = \mu \frac{dv_x}{dy} = \mu \frac{2R}{\delta}$

阻力： $dT = \tau dA =$

阻力矩： $dM = dT \cdot R$

~~$$M = \int dM = \int RT dA = \int_0^H RT 2\pi R \frac{1}{\cos\theta} dh$$~~

~~$$= 2\pi \mu \frac{w}{\delta} \frac{1}{\cos\theta} \int_0^H R^3 dh$$~~

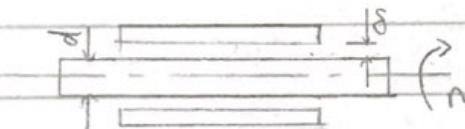
~~$$= 2\pi \mu \frac{w}{\delta} \frac{1}{\cos\theta} \tan\theta \int_0^H h^3 dh$$~~

~~$$= 2\pi \mu \frac{w}{\delta} \frac{1}{\cos\theta} \tan\theta \cdot \frac{1}{4} h^4 \Big|_0^H$$~~

~~$$= \frac{\pi \mu w \tan\theta H^4}{2\delta \cos\theta}$$~~

~~$$= \frac{\pi \times 0.1 \times 16 \times 0.6^3 \times 0.5^4}{2 \times 1 \times 10^{-3} \times 0.857} = 39.57 (\text{N}\cdot\text{m})$$~~

2. 如图所示，转轴直径 $d = 0.36\text{m}$ ，轴承长度 $l = 1\text{m}$ ，轴与轴
承之间的间隙 $\delta = 0.2\text{mm}$ ，其中充满动力黏度 $\mu = 0.72\text{Pa}\cdot\text{s}$ 的
油。如果轴的转速 $n = 200\text{r/min}$ ，求克服油的黏性阻力所消
耗的功率。



解：~~接触面积~~

$$\text{接触面积 } A = \pi d l$$

$$\text{速度 } V = \omega \frac{d}{2} = \frac{200 \times \pi}{60} \times \frac{d}{2} = \frac{10}{3} \pi d$$

$$\text{阻力 } F = \mu A V / h = 0.72 \times \pi d l \times \frac{10}{3} \pi d / \delta$$

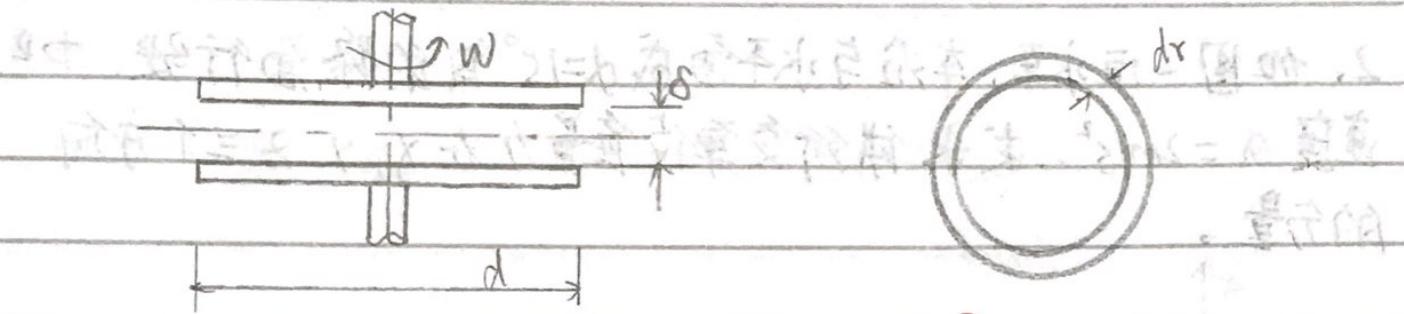
$$= 0.72 \times \pi \times 0.36 \times 1 \times \frac{10}{3} \pi \times 0.36 / 0.2 \times 10^{-3}$$

$$= 15.334 \text{ kN}$$

$$\text{功率 } P = F V = F \times \frac{10}{3} \pi d = 15.334 \times 10^3 \times \frac{10}{3} \pi \times 0.36$$

$$= 57.78 \text{ kW}$$

3. 如图所示，上下两平行圆盘的直径为 d ，两盘之间的间隙为 δ ，间隙中流体的动力黏度为 μ 。若下盘不动，上盘以角速度 ω 旋转，不计空气的摩擦力，求所需力矩 M 的表达式。



解：微圆环面积： $dA = 2\pi r dr$

~~$$\text{阻力} = dF = \mu \frac{dv_x}{dr} \cdot dA = \mu 2\pi r \frac{w}{s} dr$$~~

~~$$\text{阻力矩} = dm = r dF = 2\pi \mu w r^3 \frac{1}{s} dr$$~~

$$\begin{aligned} M &= \int_0^d dm = \int_0^d \frac{2\pi \mu w r^3}{s} dr \\ &= \frac{2\pi \mu w}{s} \cdot \frac{1}{4} r^4 \Big|_0^d \\ &= \frac{\pi \mu d^4 w}{32 s} \end{aligned}$$

218) 4.7