流体力学 第十一周.周五. 作业参考答案

1. 解：取B容器出水管口的z_2坐标为零，$z_1=H_1$时，$v_1=0$，$P_1=P_2$.

代入理想流体伯努利方程：

$$z_1+\frac{P_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}$$

则 $v_2=\sqrt{2gH_1}=\sqrt{2\times9.8\times2.5}=7\ m/s$

而 $q_V=\frac{\pi}{4}d^2v_2 \Rightarrow d=\sqrt{\frac{4q_V}{\pi v_2}}=\sqrt{\frac{4\times\frac{90}{3600}}{\pi\times7}}=0.0674m$

水平管中的绝对压强由下式求得：

$$H_1+\frac{P_1}{\rho g}=z+\frac{P}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}$$

$$P=\rho g\left[H_1+\frac{P_1}{\rho g}-\left(z+\frac{v^2}{2g}\right)\right]=1000\times9.8\times\left[2.5+\frac{101325}{1000\times9.8}-\left(5+\frac{7^2}{2\times9.8}\right)\right]$$

$$=0.5233\times10^5\ Pa$$

则表计压强 $P_e=P-P_a=0.5233\times10^5-101325=-0.49\times10^5 Pa$

2. 解：由理想流体伯努利方程和连续方程：

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+h_1$$

$$v_1=\frac{q}{\pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2},\ v_2=\frac{q}{\pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$$

所以 $$\frac{19.6\times10^4}{9.8\times1000}+\frac{\left[\frac{q}{\pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2}\right]^2}{2\times9.8}=\frac{9.81\times10^4}{9.8\times1000}+\frac{\left[\frac{q}{\pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^2}\right]^2}{2\times9.8}+2$$

$$\Rightarrow q=0.439\ m^3/s.$$

流体力学 第十一周、周五、作业参考答案

3. 解：(1) 利用连续方程求解 v_A、v_B：

$$v_A=\frac{4Q}{\pi d_A^2}=\frac{4\times0.1}{\pi\times0.2^2}=3.185\ m/s,\quad v_B=\frac{4Q}{\pi d_B^2}=\frac{4\times0.1}{\pi\times0.15^2}=5.662\ m/s$$

(2) 利用伯努利方程求解压强 p_B，

以管轴线所在平面为基准面，列 A-A、B-B 断面的伯努利方程

$$0+\frac{120}{9.8}+\frac{3.185^2}{19.6}=0+\frac{p_B}{\rho g}+\frac{5.662^2}{19.6}\Rightarrow\frac{p_B}{\rho g}=11.128\ m\ H_2O\ (\text{米水柱})$$

则 $p_B=109.05\ kPa$.

力：$P_A=p_A\times\frac{\pi d_A^2}{4}=120\times\frac{\pi\times0.2^2}{4}=3.77kN$.

$P_B=p_B\times\frac{\pi d_B^2}{4}=109.05\times\frac{\pi\times0.15^2}{4}=1.927kN$.

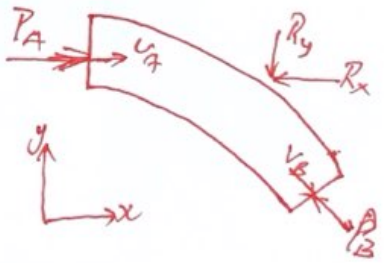
(3) 利用动量方程求解管壁对水流的作用力：

① 建立如图所示的坐标系.

② 取弯管段为控制体.

③ 对控制体作受力分析.

④ 列动量方程.



x方向：$P_A-R_x-P_B\cdot\cos\theta=\rho Q(v_B\cos\theta-v_A)$

$$\Rightarrow R_x=3.77-1.927\times\frac{1}{2}-1\times0.1(5.662\times\frac{1}{2}-3.185)$$

$$=2.85kN.$$

y方向：$-R_y+P_B\cdot\sin\theta=\rho Q(-v_B\sin\theta-0)$

$$R_y=1.927+1\times0.1\times5.662\times0.866=2.16kN.$$

则 合作用力 $R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=3.57kN$

$$\tan\alpha=\frac{R_y}{R_x}=0.758\Rightarrow\alpha=37.1^\circ.$$

水流对管壁作用力与 R 大小相等方向相反.